Dimostrare le seguenti espressioni logiche utilizzando i teoremi dell’algebra booleana:

1) $A+\overline{A}\cdot B=A+B$

Soluzione

$$A+\overline{A}\cdot B=A(1+B)+\overline{A}\cdot B=$$
$$A+AB+\overline{A}\cdot B=$$
$$A+B(A+\overline{A})=$$
$$A+B$$

2) $\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}=\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{C}$

Soluzione

$$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C+A\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}(\overline{C}+\overline{B}\cdot C)+A\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}(\overline{C}+\overline{B})+A\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{C}$$

3) $\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}=\overline{C}$

Soluzione

$$\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot B\cdot\overline{C}=$$
$$\overline{A}\cdot\overline{C}(\overline{B}+B)+A\cdot\overline{C}(\overline{B}+B)=\overline{C}(\overline{A}+A)=\overline{C}$$

4) $A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{C}=A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+\overline{C}\cdot D$

Soluzione

$$A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D+A\cdot\overline{C}=$$
$$A(\overline{C}+\overline{B}\cdot C)+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D=$$
$$A(\overline{B}+\overline{C})+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D=$$
$$A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot D=$$
$$A\cdot\overline{B}+\overline{C}(A+\overline{A}\cdot D)=$$
$$A\cdot\overline{B}+\overline{C}(A+D)=$$
$$A\cdot\overline{B}+A\cdot\overline{C}+\overline{C}\cdot D$$

5) $B\cdot C\cdot\overline{D}+CD+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C=C$

Soluzione

$$C\cdot\overline{D}\left(B+A\cdot\overline{B}\right)+CD+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C=$$
$$C\cdot\overline{D}\left(B+A\right)+CD+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C=$$
$$C\left(B\cdot\overline{D}+A\cdot\overline{D}+D+\overline{A}\cdot\overline{B}\right)=$$
$$C\left(B+D+A\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot\overline{B}\right)=$$
$$C\left(\overline{A}+B+A+D\right)=$$
$$C(1)=$$
$$C$$

Si applichino i teoremi di De Morgan alle seguenti espressioni logiche:

$$Y=\overline{\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot C}=\overline{\overline{\overline{A}\cdot B}}+\overline{C}=\overline{A}\cdot B+\overline{C}$$

$$Y=\overline{A+\overline{\overline{B}\cdot C}}=\overline{A}\cdot\overline{\overline{\overline{B}\cdot C}}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$$

$$Y=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}+\overline{\overline{B}+\overline{C}}}=\overline{\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}}\cdot\left(\overline{\overline{\overline{B}+\overline{C}}}\right)=\overline{A}\cdot\overline{B}\left(\overline{B}+\overline{C}\right)=\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}=\overline{A}\cdot\overline{B}\left(1+\overline{C}\right)=\overline{A}\cdot\overline{B}$$